xVA challenge 7.1-7.3

7　Credit ExposureとFunding

・Exposureはxvaの主要な決定要因

理由)

1. デフォルト時にはリスクに晒される値
2. 通常時はファンディングする必要がある値

・この章では、exposureの定義とその特性に関して、以下の説明を行う。

1. credit exposureに関する重要な指標
2. 様々な商品の典型的なcredit exposure profile
3. credit exposureとfunding costの関係性(特に分別保管が関係する場合は、credit exposureとfunding exposureは異なる)

7.1 Credit Exposure

カウンターパーティーリスクを定義する特徴

1. 非対称性
2. 双方向性
3. Close Out Amountの不確定性

7.1.1 Definition

・カウンターパーティーリスクを定義する特徴は、損失の期待値がunderlyingの値に対して非対称であること。

・credit exposureの特性は、担保を含んだ契約のeffective valueの正負による。

(デフォルト時には、カウンターパーティーとのネッティングや担保を勘案する 必要があり、effective valueは上記を考慮しなければならない。※担保を受けっと た場合はexposureが減るが、渡した場合は増える。)

1. Negative Value

そのパーティーはカウンターパーティーに対して負債を持ち、相手のデフォルト時にもその量を決済する義務がある。したがって、価格評価の観点からはポジションは不変。

1. Positive Value

相手がデフォルトした場合、契約の利益を全て受け取れるとは限らない。

上記より、exposureが正なら損をし、負なら変化がない。

7.1.2 Bilateral exposure

・カウンターパーティーリスクの主要な特性は双方向性にある。

・あるパーティーがデフォルトした場合、そのカウンターパーティーは損失を被る。その値を negative exposureとして以下のように定義される。

7.1.3 Close-out amount

・上記で"value"として定義されているものは、デフォルト時の担保やネッティングを考慮した契約のeffective valueのこと。

・しかし、effective valueはデフォルト時にカウンターパーティーに実際に認められた値で、effective valueを明確に表現する定義やモデルは存在しないだろう。

・関係書類で定義されたclose-out amountという概念や、法的解釈は存在するが、紛争になる機会は常にある。それぞれの組織は常にexposureの値の独自定義を持ちたがる。

・exposureやxvaを測定するにあたり、上記2式は根源的なスタート地点であり、通常は標準的な価格評価モデルから求められるMTMの値の定義に基づいている。これらの理論的定義には、ドキュメントの種類や司法やデフォルト時のマーケットの振る舞いを考慮していないが、ほとんど上記によって生み出される不確実性は少ないことが望まれている。

・そのため、exposureやxvaは、取引のMTMから得られるcleanな測定値に依存している。しかし、ドキュメントによっては異なった方法で計算される傾向があることを覚えておくべきだ。

例）ISDA：close-out amountは生き残った方の信用力を価格に含めることを意図 している。これは、デフォルトしたカウンターパーティーに対する負債を減らし たり、より多くの再構築コストを要求することを意味する。このようなチャージ はxvaから計算されるが、xva自体もexposureの計算を必要とする。 これは将 来のxvaに依存した現在のexposureを定義するときに、再帰的に互いを必要とす る問題を生み出してしまう。

・14章で詳しく説明するまでは、比較的簡単に定義しモデリングできる値に基づいてexposureを計算するのがマーケットプラクティスであることを強調する。また、それによる誤差は比較的小さい。

・close amountを決定する際の最後の問題は、delayが存在すること。デフォルト時に正確な債権、債務の額がわからない。

【close out amoutが不確実な理由】

1. exposureの定義があいまい(近似的にMTMで計算されているが、他にも考慮すべき項目が存在し、どこまで含めるかは曖昧。)
2. delayが存在する

7.1.4Exposure as a short option position

・リスクプロファイルが非対称的なので、オプションの売りに近い形をしている。基本的なオプション評価理論より二つの結論が得られる。

1. オプションのペイオフと似ているので、契約と担保のボラティリティが重要
2. 簡単な商品のexposureの評価も比較的複雑

・さらに言うと、同一のカウンターパーティーとの取引のポートフォリオはバスケットオプションで、担保はストライクと考えることができる。

・しかし、xvaが一つの大きなエキゾチック・オプションの価格評価問題と考えるのはミスリーディングである。

理由）

1. 前の節で述べたように、ペイオフ(exposure)を一意に書くことができない
2. creditカーブ、fundingカーブ、wrong way riskのような要素を考慮する必要がある。

7.1.5 Future exposure

・current exposure：ポジションと担保の現在の評価価値(前節で述べたclose-out amountの曖昧さは許容した場合)

・future exposure：将来のある時点でのexposure(fig 7.2)

相違点）

・current exposureはdeterministicだが、future exposureはマーケット値、取 引の契約特性(共に不確か)から定義されるため確率変動する。

・したがって、future exposureを理解するためには、exposureの水準(level)とunderlyingの不確かさを定義しなければならない。

・また、exposureを測定するのは難しい。

理由）

1. 長期間の計算を行う
2. たくさんの異なったマーケット値を使用する
3. ネッティング、担保のようなリスク緩和策を考慮しなければならない

・この章では、exposureの定義、ネッティング・担保の直感的影響、funcing exposureについて扱う。

7.1.6 Comparison to VaR

・VaRとexposureは共通点が多いが以下のような相違点がある。

相違点）

1. 時間軸のスケールが異なる

・取引のライフサイクルを考慮する必要がある

・ボラティリティだけでなく、ドリフトも重要になる

1. リスク緩和策を考慮する必要がある

・ネッティングルールを考慮する

・将来の担保量を見積もる必要がある(担保の種類や受け渡される時間等)

・契約終了条項なども考慮する

1. 応用先が異なる

・VaRはリスクマネジメントに使うだけだが、exposureはリスクマネジ メントと価格評価に使用する。

7.2 Metrics for exposure

・この章では、exposureを測定するのに使用する尺度を定義する。(BCBS2005の定義に基づいて)

・netting set：担保を含むネッティングが行われた取引の集まり

7.2.1 Expected future value(EFV)

・将来のある時点でのnetting setのフォワード、もしくは期待値のこと。

current valueと違いが出る理由)

1. cashflowが非対称的

例）IRSの場合、早期では固定金利のcashflowの方が変動金利よりも多い(イールドカーブが上向きの場合)。cross-currency swapの場合、現在多く払っている分将来の受け取りで得をするようになっている。

1. Forward rates

Forward rates はdriftにより現在地とは大きく異る

1. 担保契約の非対称性

担保の将来時点の価値が得か損かでEFVは現在値と差がでる。

7.2.2 Potential future exposure（PFE)

・リスクマネージメントの観点から、ある時刻での最悪値を出すのは重要な手法。

・PFEは、ある信頼水準での最悪値を出す。VaRと似た概念。

7.2.3 Expected exposure(EE、EPE)

・ある時刻でのexposureの期待値

・EPEとも呼ぶ

7.2.4 EE and PFE for a normal distribution

・Example参照

7.2.5 Maximum PFE

・ある期間でのPFEの最大値

・peak PFEとも言う

・信用極度のマネージメントに使用する場合がある。

7.2.6 Expected positive exposure(EPE)

・すべての期間でのexposureの期待値。EEを重みづけて期待値を取ったものと言える。

・EPEは、「貸付相当額」とも言われ、カウンターパーティーに貸しつけた平均額である。

・不確かなexposureをEPEとして表現するのは、時間軸、マーケット値に対して平均を行っており、雑な近似になっている。しかし、資本規制やxvaの決定において強直な理論的基盤を持っている。

7.2.7 Negative exposure

・negative future valueから計算された値。

・negative expected exposure(NEE)：EEと対応

・ expected negative exposure(ENE)：EPEと対応

・DVA、FVAの計算に使用される

7.2.8 Effective expected positive exposure(EEPE)

・資本規制にしか使用されない値

・EEPE は、EPEにある以下の2つの問題点を解決するより保守的なもの。

1. 短期間の大きなexposureを補足できない
2. 短い期間の取引のexposureを過小評価し、ロールオーバーするリスクを補足できていない。

・EEPEは上記を考慮し、BCBS2005で資本規制のため導入された。

・EEPEは、effective EE(EEの過去の最大値)を平均したもの。

7.3 Factors driving exposure

exposureを変動させる要因を例示する。

例）maturity、payment frequeencies、option exercise、roll-off、デフォルトな ど

7.3.1 Loans and bonds

・ほとんどdeterministicで元本とほとんど同じ大きさ。

・Bondの場合は、固定金利を払うので、それによる不確かさはある程度ある。

例）金利が下がった場合はexposureは上昇し、上がった場合はexposureは下落 する

7.3.2 Future uncertainty

・exposureを変動させる大きな要因は、将来の不確かさ。

例)FRAやFX forwardは、2つのcashflow or underlyingを通常満期に一回だけ交換を行う。そのため、時間が経過するに連れ交換物の価値の不確かさが増加するため、exposureは単調増加する。

・exposureは時間の平方根。(満期Tは関与しない。ただし、T以降この取引に関するexposureは0になるが)

7.3.3 Periodic cashflows

・IRSなどは最大値を持つ形をしている。

・exposureは以下の式で近似される

・上記の式より、最大値は時刻T/3で起きる。

・図を見てわかるように、長期のswapは大きなリスクを生み出す。

・cashflowの特性によって、exosureの形は変わりうる。

例）

basis swapのように、受払のcashflowの回数が異なる取引の場合、リスクがより 多く(少なく)なることがある。(fig 7.11 7.12)

・cashflowがexposureに影響をあたえる他の要因として、cashflowの非対称性がある、

例）

IRSの場合、payer swapといった場合、予め決まった金額(swap rate)を支払い、 変動金利を受け取る。swapの取引開始時には変動金利によるcashflowの期待値 は、固定金利によるcashflowと一致するが、変動金利の値はfixingまで決まらな い。変動金利によるcashflowはunderlyingのイールドカーブの形に依存する。 upwardsなイールドカーブの場合、初期の変動金利によるcashflowは固定金利に よるものより小さいことが予想される。後半では、変動金利によるcashflowの方 が大きくなるが。このため、payer swapのEPEは高くなる。

・この効果はIRSよりcross-currency swapの方が甚だしい。

7.3.4 Combination of profiles

・複数の要因によるexposureの変化の例

例）cross-currency swapはIRSとFx forwardのexposureを組み合わせたもの。

ただし、満期の長期性と最後の元本交換のため、高いFXのボラティリティが exposureに影響を与えている。そのため、ほとんどIRSの影響は無視できる。

また、irとfxの相関構造も大きな要因でることに注意すべき。

7.3.5 Optionality

・行使権によってexposureの形に複雑さが生まれる。なぜなら、行使日後、取引はある確率で生存するか消滅するか決まるからである。

・これは特にphysical settlementの時に重要である。

例)fig 7.18はphysicalデリバリーのヨーロピアンIRスワップション。(行使する とswap自体を得る)

・行使日前は、常にスワップションのほうが大きい。しかし、その後は先スター トスワップの方が大きい。それは、先スタートスワップの価値が正だが、スワッ プションを行使しなかった場合があるからである。

・また注意すべきこととして、将来のxvaを考慮して行使するかどうか決める必要がある。これは、行使境界のある商品のxvaの計算に再帰的な問題が発生させることになる。

7.3.6 Credit derivatives

・wrong-wayリスクによりexposureの測定が難しい。

・wrong-wayリスクを考慮しなくても、exposureの形を決めるのは難しい。

理由）

・離散的なpayoff

・single-name CDSのexposureの形は、fig 7.20。

・EPEは普通のスワップと同じだが、PFEは参照企業のデフォルトによるジャンプが発生している。PFEは実際のcredit eventを表現しているかもしれないし、していないかもしれない。しているかどうかは信頼水準に大きく影響される。この問題を解決するにはESを使うと良い。